NUMERI COMPLESSI

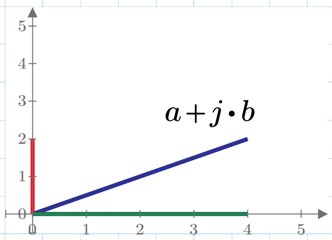
I numeri complessi sono un'estensione dei numeri reali nata inizialmente per consentire di trovare tutte le soluzioni delle equazioni polinomiali. Ad esempio, l'equazione $x^2=-1$ non ha soluzioni reali, perché in questo insieme non esistono numeri il cui quadrato sia negativo.
Si definisce allora il valore **j** oppure **i**, chiamato anche unità immaginaria, che gode della seguente proprietà:

$j^2=-1$ *ovvero* $j:=\sqrt[2]{-1}$

I numeri complessi sono costituiti da una pare reale ed una parte immaginaria

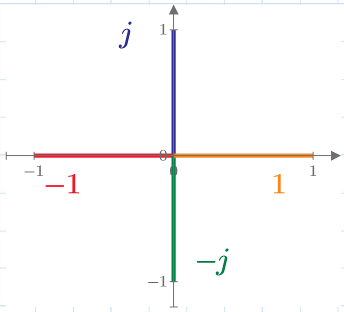
V=a+jb

la **parte reale** va posta sull'asse delle ascisse in corrispondenza del valore **a**
la **parte immaginaria** sull'asse delle ordinate in corrispondenza del valore **b**



PROPRIETA'

Successive moltiplicazioni per j danno i seguenti risultati:



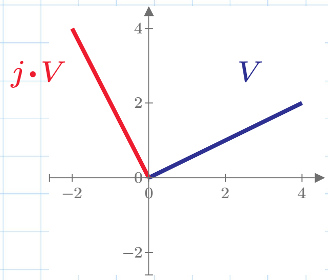
j
$j \cdot j=-1$ (dalla definizione di j)
$j \cdot j \cdot j = -1 \cdot j = -j$
$j \cdot j \cdot j \cdot j = -1 \cdot -1 = 1$

Quindi, come evidenziato anche in figura:
- moltiplicare per j equivale a ruotare di 90° in anticipo
- dividere per j equivale a ruotare di 90° in ritardo

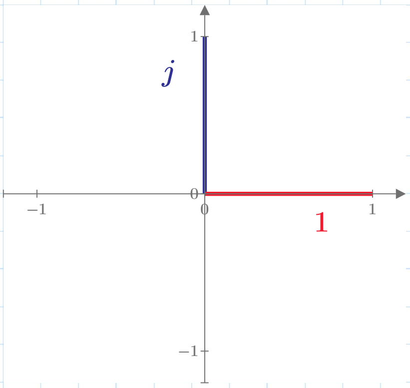
Questa proprietà vale anche per un qualsiasi vettore V

$\mathrm{V}=\mathrm{a}+\mathrm{j}\ \mathrm{b}=4+\mathrm{j}\ 2$

$jV=j(a+j\,b)=j4+j\,j\,2=-2+j4$



j V è in anticipo di 90° su V



Dalla definizione risulta che

$|j| = 1$ - il modulo di j è 1 (*è lungo 1!*)

$\measuredangle(j) = 90°$ - la fase di j è 90° (*è verticale!*)

$|1| = 1$ - il modulo di 1 è 1 (*è lungo 1!*)

$\measuredangle(1) = 0°$ - la fase di 1 è 0° (*è orizzontale!*)

COMPLESSO CONIUGATO

Il vettore complesso coniugato di:

$V = a + jb$ è $V^* = a - jb$

Il prodotto di V per il suo complesso coniugato V* è uguale al modulo al quadrato di V

$VV^* = a^2 + b^2 = |V|^2$

infatti:

$V\,V^* = (a + j\,b)(a - j\,b) = a^2 - jab + jab - j^2\;b^2 = a^2 - (-1)\,b^2 = a^2 + b^2$

Questa proprietà è utile per far scomparire un numero complesso dal denominatore di una frazione.
Esempio:

$\frac{5}{1 + j3}$ moltiplico sopra e sotto per $(1 + j3)$

$$\frac{5}{1 + j3} = \frac{1 - j3}{1 - j3} \cdot \frac{5}{1 + j3} = \frac{5 - j15}{1 + 9} = \frac{5}{10} - j \cdot \frac{15}{10} = 0.5 - j1.5$$

Caso particolare

$\frac{1}{j} = -j$ moltiplico sopra e sotto per $-j$ $\quad \frac{-j}{-j} \cdot \frac{1}{j} = \frac{-j}{1} = -j$